Des groupes et des couleurs

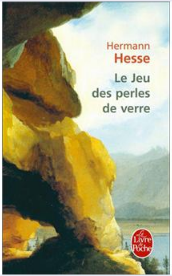
Jean-Yves Degos

Lud'août - 20/08/2019

Plan

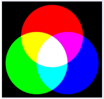
Introduction : Le *Jeu des Perles de Verre*

Préface de Jacques Martin



(..) s'il est vrai que l'échec tragique de la civilisation moderne a eu pour cause la cohue, dans l'esprit humain, de notions hétéroclites et la griserie d'une puissance technique confinant au miracle, qu'adviendrait-il si, au contraire, la science, le sens du beau et celui du bien se fondaient en un concert harmonieux ? Qu'arriverait-il si cette synthèse devenait un merveilleux instrument de travail, une nouvelle algèbre, une chimie spirituelle qui permettrait de combiner, par exemple, des lois astronomiques avec une phrase de Bach et un verset de la Bible, pour en déduire des notions encore inconnues, qui serviraient à leur tour de tremplin à d'autres opérations de l'esprit ? Cette extraordinaire mathématique, c'est celle du Jeu des Perles de Verre (...).

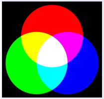
Synthèse additive



La synthèse *additive* des couleurs est le procédé consistant à combiner les lumières de plusieurs sources colorées dans le but d'obtenir une lumière colorée quelconque dans un gamut déterminé. La synthèse *additive* utilise généralement trois lumières colorées : une rouge, une verte et une bleue.

Introduction : Opérations sur les couleurs

Synthèse additive



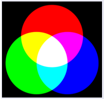
La synthèse *additive* des couleurs est le procédé consistant à combiner les lumières de plusieurs sources colorées dans le but d'obtenir une lumière colorée quelconque dans un gamut déterminé. La synthèse *additive* utilise généralement trois lumières colorées : une rouge, une verte et une bleue.

Synthèse soustractive

La synthèse *soustractive* des couleurs est le procédé consistant à combiner l'absorption d'au moins trois colorants pour obtenir toutes les nuances d'une gamme. Le terme *soustractif* vient du fait qu'un objet coloré absorbe une partie de la lumière incidente (wikipedia.fr, synthèse soustractive).

Introduction : Opérations sur les couleurs

Synthèse additive



La synthèse *additive* des couleurs est le procédé consistant à combiner les lumières de plusieurs sources colorées dans le but d'obtenir une lumière colorée quelconque dans un gamut déterminé. La synthèse *additive* utilise généralement trois lumières colorées : une rouge, une verte et une bleue.

Synthèse soustractive

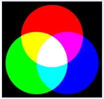
La synthèse *soustractive* des couleurs est le procédé consistant à combiner l'absorption d'au moins trois colorants pour obtenir toutes les nuances d'une gamme. Le terme *soustractif* vient du fait qu'un objet coloré absorbe une partie de la lumière incidente (wikipedia.fr, synthèse soustractive).

Composition arithmétique ?

C'est ce qu'on va définir, grâce à la notion de groupe...

Introduction : Opérations sur les couleurs

Synthèse additive



La synthèse *additive* des couleurs est le procédé consistant à combiner les lumières de plusieurs sources colorées dans le but d'obtenir une lumière colorée quelconque dans un gamut déterminé. La synthèse *additive* utilise généralement trois lumières colorées : une rouge, une verte et une bleue.

Synthèse soustractive

La synthèse *soustractive* des couleurs est le procédé consistant à combiner l'absorption d'au moins trois colorants pour obtenir toutes les nuances d'une gamme. Le terme *soustractif* vient du fait qu'un objet coloré absorbe une partie de la lumière incidente (wikipedia.fr, synthèse soustractive).

Composition arithmétique ?

C'est ce qu'on va définir, grâce à la notion de groupe...

Mais on commence par des exemples...

Des accords chromatiques (1/6)

Union nationale des professions libérales, unapl.fr, 7 juillet 2019

Des accords chromatiques (1/6)

Union nationale des professions libérales, unapl.fr, 7 juillet 2019

Piscine de Bréquigny, guide-piscines.fr, 7 juillet 2019

Des accords chromatiques (2/6)

Prenez soin de votre santé...

Prenez soin de votre santé...

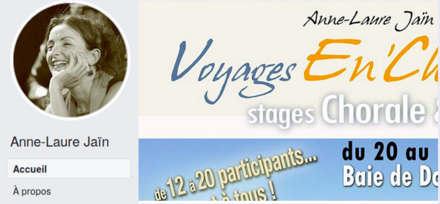
Sources : Photos prises à Metz en 2018, collection de l'auteur.

Des accords chromatiques (3/6)

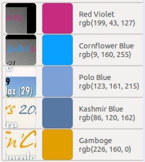
Anne-Laure Jaïn, page Facebook et site officiel

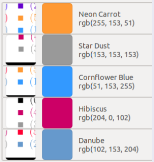
Des accords chromatiques (3/6)

Anne-Laure Jaïn, page Facebook et site officiel



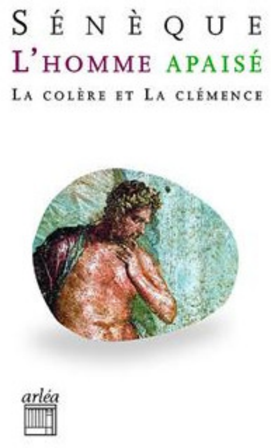
Un peu de colorimétrie...





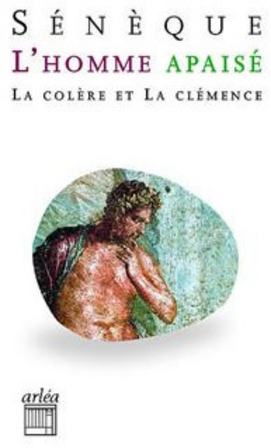
Des accords chromatiques (4/6)

Associations noir-gris-vert-violet...



Des accords chromatiques (4/6)

Associations noir-gris-vert-violet...



Sources : fnac.com et photo prise à Metz en 2018, collection de l'auteur.

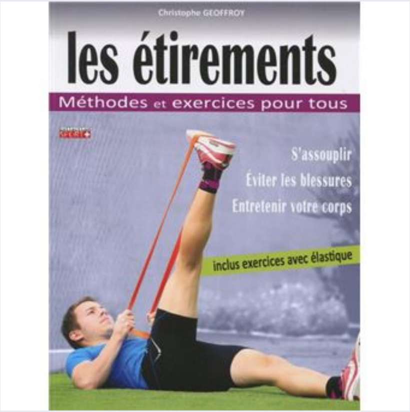
D'autres associations...

D'autres associations...

Sources : photos prises à Metz en 2018, collection de l'auteur.

Des accords chromatiques (6/6)

Encore noir-gris-vert-violet...



Source : Christophe Geoffroy, *Les étirements*, visuel sur fnac.com.

La construction du Jeu des Couleurs (1/6)

Le site de Sauver les lettres

Sauver les lettres

sauv.net

La construction du Jeu des Couleurs (1/6)

Le site de Sauver les lettres

Sauver les lettres

sauv.net

Première couleur : (4,0,2)

Explication : le rose ci-dessus a 80 % de rouge, et 40 % de bleu, or 80 % $= 4 \times 20$ % et 40 % $= 2 \times 20$ %. On la notera (4,0,2).

La construction du Jeu des Couleurs (1/6)

Le site de Sauver les lettres

Sauver les lettres

sauv.net

Première couleur : (4,0,2)

Explication : le rose ci-dessus a 80 % de rouge, et 40 % de bleu, or 80 % $= 4 \times 20$ % et 40 % $= 2 \times 20$ %. On la notera (4,0,2).

Alain Connes, Médaille Fields 1982, Prix Craaford 2001

Les mathématiques représentent, de mon point de vue, la seule stratégie cohérente pour comprendre et désigner de manière non ambiguë la réalité matérielle extérieure.

La construction du Jeu des Couleurs (2/6)

Isidore Ducasse (Lautréamont), *Poésies II*

La poésie est la forme la plus haute de la géométrie.

La construction du Jeu des Couleurs (2/6)

Isidore Ducasse (Lautréamont), *Poésies II*

La poésie est la forme la plus haute de la géométrie.

Blaise Pascal, *De l'esprit géométrique*

(...) nous voyons par expérience qu'entre esprits égaux et toutes choses pareilles, celui qui a de la géométrie l'emporte et acquiert une vigueur toute nouvelle.

La construction du Jeu des Couleurs (2/6)

Isidore Ducasse (Lautréamont), *Poésies II*

La poésie est la forme la plus haute de la géométrie.

Blaise Pascal, *De l'esprit géométrique*

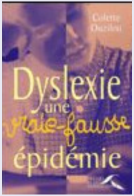
(...) nous voyons par expérience qu'entre esprits égaux et toutes choses pareilles, celui qui a de la géométrie l'emporte et acquiert une vigueur toute nouvelle.

Deuxième couleur : (2,0,4)

Explication : le bleu foncé (2,0,4) (les mathématiques) est obtenu comme la couleur « symétrique » du rose (4,0,2) (les lettres), puisque Isidore pastiche Pascal pour en prendre le contrepied : rotation d'angle PI.

La construction du Jeu des Couleurs (3/6)

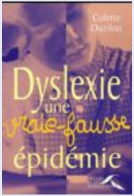
Colette Ouzilou et Liping Ma



C. Ouzilou : *Dyslexie : une vraie-fausse épidémie*

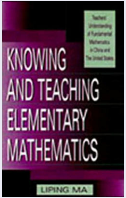
La construction du Jeu des Couleurs (3/6)

Colette Ouzilou et Liping Ma



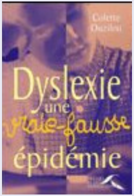
C. Ouzilou : *Dyslexie : une vraie-fausse épidémie*

L. Ma : *Knowing and teaching elementary mathematics*



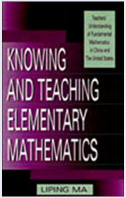
La construction du Jeu des Couleurs (3/6)

Colette Ouzilou et Liping Ma



C. Ouzilou : *Dyslexie : une vraie-fausse épidémie*

L. Ma : *Knowing and teaching elementary mathematics*



Troisième couleur : (3,0,3)

Explication : le violet (3,0,3) (l'enseignement primaire) est obtenu comme la couleur « moyenne » du rose (4,0,2) (les lettres), et du bleu foncé (2,0,4) (les mathématiques) puisque la lecture et le calcul sont en amont des mathématiques et de la littérature.

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

G. G. : Il se trouve que c'est ma couleur préférée.

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

G. G. : Il se trouve que c'est ma couleur préférée.

G. G. : Il s'agit d'une couleur plutôt négative, non ?

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

G. G. : Il se trouve que c'est ma couleur préférée.

G. G. : Il s'agit d'une couleur plutôt négative, non ?

G. G. : C'est pourquoi je la préfère. Imaginons pour notre démonstration qu'un individu ait décidé soudain de peindre sa maison en rouge vif...

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

G. G. : Il se trouve que c'est ma couleur préférée.

G. G. : Il s'agit d'une couleur plutôt négative, non ?

G. G. : C'est pourquoi je la préfère. Imaginons pour notre démonstration qu'un individu ait décidé soudain de peindre sa maison en rouge vif...

G. G. : ... détruisant par là la symétrie urbaine.

La construction du Jeu des Couleurs (4/6)

Glenn Gould, *Glenn Gould interviewe G. G. au sujet de G. G.*

G. G. : (...) Imaginons par exemple que j'aie le privilège de résider dans une ville dont toutes les maisons sont peintes en gris...

G. G. : Pourquoi en gris ?

G. G. : Il se trouve que c'est ma couleur préférée.

G. G. : Il s'agit d'une couleur plutôt négative, non ?

G. G. : C'est pourquoi je la préfère. Imaginons pour notre démonstration qu'un individu ait décidé soudain de peindre sa maison en rouge vif...

G. G. : ... détruisant par là la symétrie urbaine.

Quatrième couleur : (3,3,3)

Explication : le gris (3,3,3) (la musique) est obtenu comme la couleur avec autant de rouge (1,0,0) et de vert (0,1,0) que de bleu (0,0,1) : 60 %.

La construction du Jeu des Couleurs (5/6)

Alexander Grothendieck, *Récoltes et semailles*, 1985

*Dans ma démarche spontanée à la découverte des choses, le « ton de base » est « **yin** », « féminin » ; et aussi et surtout, contrairement à ce qui se passe le plus souvent, je suis resté fidèle à cette nature originelle en moi, sans jamais l'infléchir ou la corriger pour me conformer aux valeurs dominantes en honneur des milieux environnants. (...)*

La construction du Jeu des Couleurs (5/6)

Alexander Grothendieck, *Récoltes et semailles*, 1985

*Dans ma démarche spontanée à la découverte des choses, le « ton de base » est « **yin** », « féminin » ; et aussi et surtout, contrairement à ce qui se passe le plus souvent, je suis resté fidèle à cette nature originelle en moi, sans jamais l'infléchir ou la corriger pour me conformer aux valeurs dominantes en honneur des milieux environnants. (...)*

Cinquième couleur : $(6,6,6) = (0,0,0)$

Explication : le **noir** $\mathbf{(0,0,0)}$ est l'absence de couleur, mais c'est aussi la couleur du **yin**. Or dans *La Pensée mathématique contemporaine* de Frédéric Patras, le chapitre **6**, *Les demeures la pensée*, et consacré à Grothendieck. On fait donc l'identification : $\mathbf{(6,6,6) = (0,0,0)}$, modulo **6**.

La construction du Jeu des Couleurs (6/6)

Opération sur les couleurs

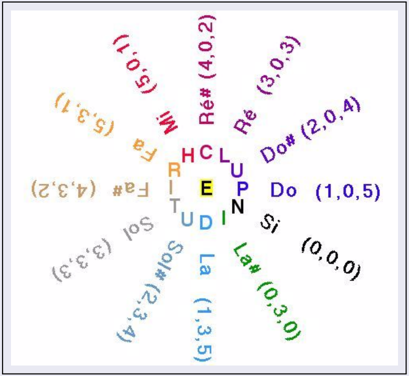
On dispose d'une addition composantes par composantes, en réduisant modulo 6. Ex : $(4{,}0{,}2) + (3{,}3{,}3) = (1{,}3{,}5)$ et $(2{,}0{,}4) + (3{,}3{,}3) = (5{,}3{,}1)$.

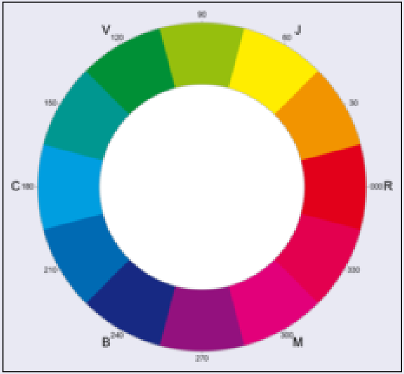
La construction du Jeu des Couleurs (6/6)

Opération sur les couleurs

On dispose d'une addition composantes par composantes, en réduisant modulo 6. Ex : (4,0,2) + (3,3,3) = (1,3,5) et (2,0,4) + (3,3,3) = (5,3,1).

Jeu des Couleurs *versus* cercle chromatique usuel





Les groupes : définitions et applications (1/6)

Groupe

Un groupe est un ensemble muni d'une loi de composition *interne*, *associative*, possédant un *élément neutre*, tel que tout élément du groupe possède un *symétrique*.

Les groupes : définitions et applications (1/6)

Groupe

Un groupe est un ensemble muni d'une loi de composition *interne*, *associative*, possédant un *élément neutre*, tel que tout élément du groupe possède un *symétrique*.

Sous-groupe

Une sous-groupe est une *partie* d'un groupe plus grand, qui est encore un *groupe* (avec la même loi et le même élément neutre).

Les groupes : définitions et applications (1/6)

Groupe

Un groupe est un ensemble muni d'une loi de composition *interne*, *associative*, possédant un *élément neutre*, tel que tout élément du groupe possède un *symétrique*.

Sous-groupe

Une sous-groupe est une *partie* d'un groupe plus grand, qui est encore un *groupe* (avec la même loi et le même élément neutre).

Exemple

1) Le *Jeu des Couleurs* est un groupe pour l'addition composantes par composantes modulo 6.

Les groupes : définitions et applications (1/6)

Groupe

Un groupe est un ensemble muni d'une loi de composition *interne*, *associative*, possédant un *élément neutre*, tel que tout élément du groupe possède un *symétrique*.

Sous-groupe

Une sous-groupe est une *partie* d'un groupe plus grand, qui est encore un *groupe* (avec la même loi et le même élément neutre).

Exemple

1) Le *Jeu des Couleurs* est un groupe pour l'addition composantes par composantes modulo 6.
2) Il a des sous-groupes, comme $\{(0,0,0),(0,3,0),(3,0,3),(3,3,3)\}$.

Les groupes : définitions et applications (2/6)

Sous-groupe engendré par une partie

Le sous-groupe *engendré* par une partie d'un groupe, est *le plus petit* sous-groupe (pour l'inclusion) du groupe contenant cette partie.

Les groupes : définitions et applications (2/6)

Sous-groupe engendré par une partie

Le sous-groupe *engendré* par une partie d'un groupe, est *le plus petit* sous-groupe (pour l'inclusion) du groupe contenant cette partie.

Ordre d'un groupe

L'ordre d'un groupe est *le nombre d'éléments* de ce groupe, si le groupe est fini.

Les groupes : définitions et applications (2/6)

Sous-groupe engendré par une partie

Le sous-groupe *engendré* par une partie d'un groupe, est *le plus petit* sous-groupe (pour l'inclusion) du groupe contenant cette partie.

Ordre d'un groupe

L'ordre d'un groupe est *le nombre d'éléments* de ce groupe, si le groupe est fini.

Ordre d'un élément

L'ordre d'un élément d'un groupe est *l'ordre du sous-groupe engendré par cet élément* dans le groupe de départ.

Les groupes : définitions et applications (2/6)

Sous-groupe engendré par une partie

Le sous-groupe *engendré* par une partie d'un groupe, est *le plus petit* sous-groupe (pour l'inclusion) du groupe contenant cette partie.

Ordre d'un groupe

L'ordre d'un groupe est *le nombre d'éléments* de ce groupe, si le groupe est fini.

Ordre d'un élément

L'ordre d'un élément d'un groupe est *l'ordre du sous-groupe engendré par cet élément* dans le groupe de départ.

Exemples

L'élément $(1,0,5)$ (resp. $(4,0,2)$) engendre un sous-groupe d'ordre 6 (resp. 3) du *Jeu des Couleurs*.

Les groupes : définitions et applications (3/6)

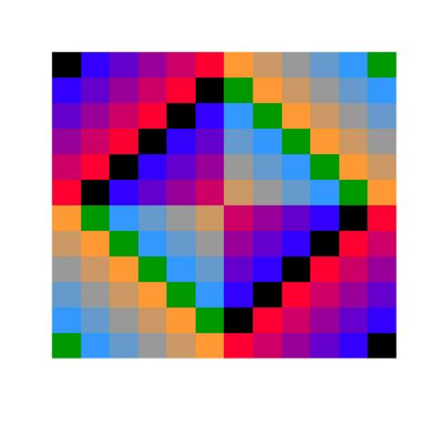
Table du groupe du *Jeu des Couleurs*

Tout comme il existe des tables de multiplications, on peut faire la table d'addition du *Jeu des Couleurs*.

Les groupes : définitions et applications (3/6)

Table du groupe du *Jeu des Couleurs*

Tout comme il existe des tables de multiplications, on peut faire la table d'addition du *Jeu des Couleurs*.



Les groupes : définitions et applications (4/6)

Harmonie chromatico-algébrique

Principe : On s'autorise à associer des couleurs ensemble si elles font partie d'une même *classe d'équivalence modulo un sous-groupe* du *Jeu des Couleurs*.

Les groupes : définitions et applications (4/6)

Harmonie chromatico-algébrique

Principe : On s'autorise à associer des couleurs ensemble si elles font partie d'une même *classe d'équivalence modulo un sous-groupe* du *Jeu des Couleurs*.

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 2 : 18 choix

(0,0,0)	(0,3,0)	(0,0,0)	(3,0,3)	(0,0,0)	(3,3,3)
(1,0,5)	(1,3,5)	(1,0,5)	(4,0,2)	(1,0,5)	(4,3,2)
(2,0,4)	(2,3,4)	(2,0,4)	(5,0,1)	(2,0,4)	(5,3,1)
(3,0,3)	(3,3,3)	(0,3,0)	(3,3,3)	(3,0,3)	(0,3,0)
(4,0,2)	(4,3,2)	(4,0,2)	(1,0,5)	(4,0,2)	(1,3,5)
(5,0,1)	(5,3,1)	(5,0,1)	(2,0,4)	(5,0,1)	(2,3,4)

Les groupes : définitions et applications (5/6)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 3 : 4 choix

(0,0,0)	(2,0,4)	(4,0,2)
(1,0,5)	(3,0,3)	(5,0,1)
(5,3,1)	(1,3,5)	(3,3,3)
(4,3,2)	(0,3,0)	(2,3,4)

Les groupes : définitions et applications (5/6)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 3 : 4 choix

(0,0,0)	(2,0,4)	(4,0,2)
(1,0,5)	(3,0,3)	(5,0,1)
(5,3,1)	(1,3,5)	(3,3,3)
(4,3,2)	(0,3,0)	(2,3,4)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 4 : 3 choix

(0,0,0)	(0,3,0)	(3,0,3)	(3,3,3)
(1,0,5)	(1,3,5)	(4,0,2)	(4,3,2)
(5,0,1)	(5,3,1)	(2,0,4)	(2,3,4)

Les groupes : définitions et applications (5/6)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 3 : 4 choix

(0,0,0)	(2,0,4)	(4,0,2)
(1,0,5)	(3,0,3)	(5,0,1)
(5,3,1)	(1,3,5)	(3,3,3)
(4,3,2)	(0,3,0)	(2,3,4)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 4 : 3 choix

(0,0,0)	(0,3,0)	(3,0,3)	(3,3,3)
(1,0,5)	(1,3,5)	(4,0,2)	(4,3,2)
(5,0,1)	(5,3,1)	(2,0,4)	(2,3,4)

Harmonies chromatico-algébriques d'ordre 6 : 2 choix

(1,0,5)	(2,0,4)	(3,0,3)	(4,0,2)	(5,0,1)	(0,0,0)
(1,3,5)	(2,3,4)	(3,3,3)	(4,3,2)	(5,3,1)	(0,3,0)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.

Les groupes : définitions et applications (6/6)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.

C'est pourquoi il n'y a pas d'harmonies chromatico-algébriques d'ordre 5, 7, 8, 9, 10, 11 : ce ne sont pas des diviseurs de 12, l'ordre du *Jeu des Couleurs*.

Les groupes : définitions et applications (6/6)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.
C'est pourquoi il n'y a pas d'harmonies chromatico-algébriques d'ordre 5, 7, 8, 9, 10, 11 : ce ne sont pas des diviseurs de 12, l'ordre du *Jeu des Couleurs*.
L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 1 consiste à prendre *une seule* couleur du groupe !

Les groupes : définitions et applications (6/6)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.

C'est pourquoi il n'y a pas d'harmonies chromatico-algébriques d'ordre 5, 7, 8, 9, 10, 11 : ce ne sont pas des diviseurs de 12, l'ordre du *Jeu des Couleurs*.

L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 1 consiste à prendre *une seule* couleur du groupe !

L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 12 consiste à prendre *tout* le groupe !

Les groupes : définitions et applications (6/6)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.

C'est pourquoi il n'y a pas d'harmonies chromatico-algébriques d'ordre 5, 7, 8, 9, 10, 11 : ce ne sont pas des diviseurs de 12, l'ordre du *Jeu des Couleurs*.

L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 1 consiste à prendre *une seule* couleur du groupe !

L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 12 consiste à prendre *tout* le groupe !

Les groupes : définitions et applications (6/6)

Nombre de couleurs dans une harmonie chromatico-algébrique

Si G est un groupe et si H est un sous-groupe de G, l'ordre de H divise l'ordre G.
C'est pourquoi il n'y a pas d'harmonies chromatico-algébriques d'ordre 5, 7, 8, 9, 10, 11 : ce ne sont pas des diviseurs de 12, l'ordre du *Jeu des Couleurs*.
L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 1 consiste à prendre *une seule* couleur du groupe !
L'harmonie chromatico-algébrique d'ordre 12 consiste à prendre *tout* le groupe !

« Extension du domaine de la lutte »

Pour essayer d'obtenir des harmonies chromatico-algébriques d'ordres autres que 1, 2, 3, 4, 6, 12, on peut essayer de changer de groupe de départ…

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (1/6)

Trois manières de décrire la couleur (5,3,1)

1. par un triplet d'entiers modulo 6 : (5,3,1) ;
2. par un triplet d'entiers compris entre 0 et 255 : (255,153,51) (c'est le premier triplet, multiplié par 51) ;
3. par un triplet de décimaux compris entre 0 et 1 : (1,0 ; 0,6 ; 0,2) (c'est le premier triplet, multiplié par 0,2).

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (1/6)

Trois manières de décrire la couleur (5,3,1)

1. par un triplet d'entiers modulo 6 : (5,3,1) ;
2. par un triplet d'entiers compris entre 0 et 255 : (255,153,51) (c'est le premier triplet, multiplié par 51) ;
3. par un triplet de décimaux compris entre 0 et 1 : (1,0 ; 0,6 ; 0,2) (c'est le premier triplet, multiplié par 0,2).

Le *Jeu des Couleurs* : $\mathcal{J}(5)$

1. $6 = 5 + 1$;
2. $51 = 255/5$;
3. $0{,}2 = 1/5$.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (1/6)

Trois manières de décrire la couleur (5,3,1)

1. par un triplet d'entiers modulo 6 : (5,3,1) ;
2. par un triplet d'entiers compris entre 0 et 255 : (255,153,51) (c'est le premier triplet, multiplié par 51) ;
3. par un triplet de décimaux compris entre 0 et 1 : (1,0 ; 0,6 ; 0,2) (c'est le premier triplet, multiplié par 0,2).

Le *Jeu des Couleurs* : $\mathcal{J}(5)$

1. $6 = 5 + 1$;
2. $51 = 255/5$;
3. $0{,}2 = 1/5$.

Idée : 255 a 7 autres diviseurs ! !

La liste complète est $\{1, 3, 5, 15, 17, 51, 85, 255\}$.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (2/6)

Le groupe $\mathscr{J}(1)$

Il a $2 \times 2 \times 2 = 8$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0 ou 255. Ce sont :

(0,0,0)	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
noir	rouge	vert	bleu
(1,1,1)	(0,1,1)	(1,0,1)	(1,1,0)
blanc	cyan	magenta	jaune

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (2/6)

Le groupe $\mathcal{J}(1)$

Il a $2 \times 2 \times 2 = 8$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0 ou 255. Ce sont :

(0,0,0)	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
noir	rouge	vert	bleu
(1,1,1)	(0,1,1)	(1,0,1)	(1,1,0)
blanc	cyan	magenta	jaune

Addition dans $\mathcal{J}(1)$

L'addition composante par composante se fait modulo $1 + 1 = 2$.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (2/6)

Le groupe $\mathcal{J}(1)$

Il a $2 \times 2 \times 2 = 8$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0 ou 255. Ce sont :

(0,0,0) noir	(1,0,0) rouge	(0,1,0) vert	(0,0,1) bleu
(1,1,1) blanc	(0,1,1) cyan	(1,0,1) magenta	(1,1,0) jaune

Addition dans $\mathcal{J}(1)$

L'addition composante par composante se fait modulo $1 + 1 = 2$.

Exemples

rouge + vert + bleu = blanc ;

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (2/6)

Le groupe $\mathcal{J}(1)$

Il a $2 \times 2 \times 2 = 8$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0 ou 255. Ce sont :

(0,0,0)	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
noir	rouge	vert	bleu
(1,1,1)	(0,1,1)	(1,0,1)	(1,1,0)
blanc	cyan	magenta	jaune

Addition dans $\mathcal{J}(1)$

L'addition composante par composante se fait modulo $1 + 1 = 2$.

Exemples

rouge + vert + bleu = blanc ; cyan + magenta + jaune = noir

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (3/6)

Le groupe $\mathcal{J}(3)$

Il a $4 \times 4 \times 4 = 64$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0, 85, 170 ou 255.

Le groupe $\mathcal{J}(3)$

Il a $4 \times 4 \times 4 = 64$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0, 85, 170 ou 255.

Addition dans $\mathcal{J}(3)$

L'addition composante par composante se fait modulo $3 + 1 = 4$.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (3/6)

Le groupe $\mathcal{J}(3)$

Il a $4 \times 4 \times 4 = 64$ couleurs dans le groupe, puisque chaque composante en rouge, vert, bleu peut valoir 0, 85, 170 ou 255.

Addition dans $\mathcal{J}(3)$

L'addition composante par composante se fait modulo $3 + 1 = 4$.

Un sous-groupe d'ordre 8 intéressant

(0,0,0)	(0,0,2)
(0,2,0)	(0,2,2)
(2,2,2)	(2,2,0)
(2,0,2)	(2,0,0)

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (4/6)

Le groupe *Pul* et ses couleurs

1. En prenant les solutions entières de l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, qui sont $(0, \pm 1, \pm 2)$ et leurs 6 permutations, on obtient 24 solutions, dont l'ensemble est globalement invariant sous l'action d'un groupe, le groupe *Pul*.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (4/6)

Le groupe *Pul* et ses couleurs

1. En prenant les solutions entières de l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, qui sont $(0, \pm 1, \pm 2)$ et leurs 6 permutations, on obtient 24 solutions, dont l'ensemble est globalement invariant sous l'action d'un groupe, le groupe *Pul*.
2. En réduisant modulo 6 toutes les composantes de chacune des 24 solutions, et en multipliant par 0,2, on obtient les couleurs suivantes.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (4/6)

Le groupe *Pul* et ses couleurs

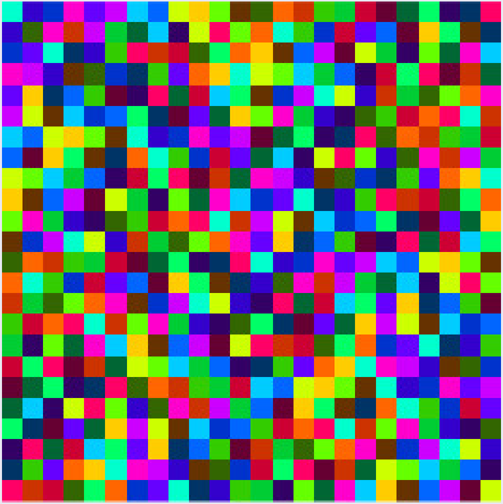
1. En prenant les solutions entières de l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, qui sont $(0, \pm 1, \pm 2)$ et leurs 6 permutations, on obtient 24 solutions, dont l'ensemble est globalement invariant sous l'action d'un groupe, le groupe *Pul*.
2. En réduisant modulo 6 toutes les composantes de chacune des 24 solutions, et en multipliant par 0,2, on obtient les couleurs suivantes.

Liste des couleurs de *Pul*

(0,5,4), (1,0,4), (0,1,4), (5,0,4), (2,0,5), (4,0,5)
(0,4,5), (0,2,5), (4,5,0), (5,4,0), (2,5,0), (2,1,0)
(1,2,0), (5,2,0), (4,1,0), (1,4,0), (0,4,1), (4,0,1)
(2,0,1), (0,2,1), (0,5,2), (1,0,2), (0,1,2), (5,0,2)

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (5/6)

Table de « composition » dans « *Pul* »



D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (6/6)

Le *dodécagramme trigonométrique*

Le *dodécagramme trigonométrique* a pour sommet les *fonctions elliptiques de Jacobi* : dn, cn, sn, cs, ds, ns, sc, nc, dc, nd, sd, cd, et est obtenu à partir d'un tétraèdre ayant pour sommets n, s, c, d. L'idée est alors d'associer à chaque sommet, l'une des couleurs, **cyan**, **magenta**, **jaune**, **noir**, et à chaque arête une couleur en procédant comme suit.

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (6/6)

Le *dodécagramme trigonométrique*

Le *dodécagramme trigonométrique* a pour sommet les *fonctions elliptiques de Jacobi* : dn, cn, sn, cs, ds, ns, sc, nc, dc, nd, sd, cd, et est obtenu à partir d'un tétraèdre ayant pour sommets n, s, c, d. L'idée est alors d'associer à chaque sommet, l'une des couleurs, **cyan**, **magenta**, **jaune**, **noir**, et à chaque arête une couleur en procédant comme suit.

Liste des couleurs

■ tdn = (4,0,0,2)	■ tcn = (4,0,2,0)	■ tsn = (4,2,0,0)
■ tcs = (0,4,2,0)	■ tds = (0,4,0,2)	■ tns = (2,4,0,0)
■ tsc = (0,2,4,0)	■ tnc = (2,0,4,0)	■ tdc = (0,0,4,2)
■ tnd = (2,0,0,4)	■ tsd = (0,2,0,4)	■ tcd = (0,0,2,4)

D'autres groupes ou ensembles cohérents de couleurs (6/6)

Le *dodécagramme trigonométrique*

Le *dodécagramme trigonométrique* a pour sommet les *fonctions elliptiques de Jacobi* : dn, cn, sn, cs, ds, ns, sc, nc, dc, nd, sd, cd, et est obtenu à partir d'un tétraèdre ayant pour sommets n, s, c, d. L'idée est alors d'associer à chaque sommet, l'une des couleurs, **cyan**, **magenta**, **jaune**, **noir**, et à chaque arête une couleur en procédant comme suit.

Liste des couleurs

■ tdn = (4,0,0,2)	■ tcn = (4,0,2,0)	■ tsn = (4,2,0,0)
■ tcs = (0,4,2,0)	■ tds = (0,4,0,2)	■ tns = (2,4,0,0)
■ tsc = (0,2,4,0)	■ tnc = (2,0,4,0)	■ tdc = (0,0,4,2)
■ tnd = (2,0,0,4)	■ tsd = (0,2,0,4)	■ tcd = (0,0,2,4)

Addition

Exemple : $dn.ns = ds \Rightarrow tdn + tns = tds$.

Conclusion : perspectives artistiques

De la musique sérielle... à la peinture « sérielle »

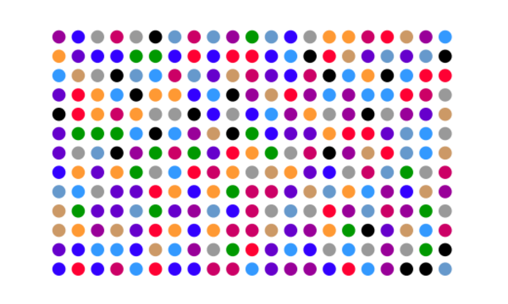
La musique sérielle consiste à composer en utilisant des symétries sur le *système dodécaphonique* de Schönberg. On pourrait donc envisager une « peinture sérielle » en utilisant uniquement les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs*.

Conclusion : perspectives artistiques

De la musique sérielle... à la peinture « sérielle »

La musique sérielle consiste à composer en utilisant des symétries sur le *système dodécaphonique* de Schönberg. On pourrait donc envisager une « peinture sérielle » en utilisant uniquement les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs*.

Exemple : Les décimales de π en base 12, à la Damien Hirst



Conclusion : questionnements

Que sont le rouge, le vert et le bleu ?

Les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs* s'expriment en fonction de ces trois couleurs, mais quelles sont-elles, de façon intrinsèque ?

Conclusion : questionnements

Que sont le rouge, le vert et le bleu ?

Les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs* s'expriment en fonction de ces trois couleurs, mais quelles sont-elles, de façon intrinsèque ?

Précision : le cas du mètre

Le *mètre* est « longueur du trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant une durée d'un 299 792 458e de seconde ».

Conclusion : questionnements

Que sont le rouge, le vert et le bleu ?

Les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs* s'expriment en fonction de ces trois couleurs, mais quelles sont-elles, de façon intrinsèque ?

Précision : le cas du mètre

Le *mètre* est « longueur du trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant une durée d'un 299 792 458e de seconde ».

La *seconde* est définie par un nombre d'oscillations, 9 192 631 770 exactement, de l'atome de césium. La mesure et le comptage de ces oscillations sont effectuées par les horloges atomiques.

Conclusion : questionnements

Que sont le rouge, le vert et le bleu ?

Les 12 couleurs du *Jeu des Couleurs* s'expriment en fonction de ces trois couleurs, mais quelles sont-elles, de façon intrinsèque ?

Précision : le cas du mètre

Le *mètre* est « longueur du trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant une durée d'un 299 792 458e de seconde ».

La *seconde* est définie par un nombre d'oscillations, 9 192 631 770 exactement, de l'atome de césium. La mesure et le comptage de ces oscillations sont effectuées par les horloges atomiques.

Source : Wikipedia, articles « Mètre » et « Seconde (temps) ».

Idée : traduire en cyan, magenta, jaune

Une fois la traduction faite, les 12 couleurs sont-elles stables ?

Fin : compléments

POUR ALLER PLUS LOIN :

Sur *Pul* :

http://jydegos.free.fr/jydegos-CTGDC-54-3-211-220.pdf

Sur le *dodécagramme trigonométrique* :

http://rene.guitart.pagesperso-orange.fr/textespreprints/regimes5.pdf

POUR RETROUVER CETTE PRÉSENTATION :

Fin : remerciement et... questions ?

MERCI POUR VOTRE ATTENTION !

Contact : **jydegos** *paf* **free** *pouf* **fr**

(remplacer *paf* par @ et *pouf* par .).

DES QUESTIONS ?